

Tentamen wiskunde voor chemici 1A

5 november 2012, 14:00 - 16:00 uur

Aanwijzingen

- Geef bij ieder antwoord ook een heldere uitwerking
- de te behalen punten staan steeds bij de opgave vermeld na het opgavenummer
- gebruik van hulpmiddelen (buiten pen en papier) is niet toegestaan

SUCCES

Beschikbare informatie:

hoek	0° (0 rad)	30° ($\frac{\pi}{6}$ rad)	45° ($\frac{\pi}{4}$ rad)	60° ($\frac{\pi}{3}$ rad)	90° ($\frac{\pi}{2}$ rad)
sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cosinus	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

De Taylorreeks voor een functie f

$$P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k = f(0) + f'(0) \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} \cdot x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!} \cdot x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!} \cdot x^4 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} \cdot x^n + \dots$$

Bij lijnintegralen over een kromme C : $\int_C f(x,y) ds$ geldt voor ds :

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \text{ als de kromme wordt gegeven door } y \text{ als functie van } x$$

$$ds = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt \text{ als de kromme een parameterkromme } (x(t), y(t)) \text{ is.}$$

Opgave 1 (3-4-2-3)

Gegeven is de functie $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

- Bereken de nulpunten (dus de snijpunten met de x -as) van f .
hint: welke waarde heeft f voor $x = -1$?
- Bereken de extremen (maximum, minimum) van f .
- Bereken de coördinaten van het buigpunt.
- Bereken de oppervlakte onder de grafiek van f (dus vanaf de x -as) tussen de verticale lijnen $x = -1$ en $x = 1$.

Opgave 2 (3)

De functie f is gegeven door de vergelijking $y = 3 - \ln\left(\frac{4}{x}\right)$

Schrijf de inverse functie van f in de vorm $x = g(y)$

Opgave 3 (2-5)

Een gedempte trilling wordt beschreven door de functie $x(t) = e^{-t} \cdot \cos(t)$.

Daarbij is x de uitwijking ten opzichte van de evenwichtsstand $x = 0$ en t de tijd ($t \geq 0$).

- Bereken de tijdstippen waarop de evenwichtsstand wordt gepasseerd.
- Bereken met behulp van de afgeleide de tijdstippen waarop de uitwijking maximaal is.

Opgave 4 (3)

Welke rechthoeks-coördinaten (a, b) horen bij de poolcoördinaten $r = 5$ en $\varphi = -\frac{\pi}{3}$?

Opgave 5 (3-3)

- Schrijf het complexe getal $z = 3 - i\sqrt{3}$ in de vorm $z = r \cdot e^{i\varphi}$.
- Schrijf de breuk $\frac{3-4i}{3+4i}$ in de vorm $a + bi$ met a en b beide reële getallen.

Opgave 6 (4)

Gegeven is het stuk van de parabool $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$ van $x = 1$ tot $x = 5$. Dit is de kromme C .

Bereken de lijnintegraal $\int_C (2x-2) ds$

Opgave 7 (4)

Bereken de eerste vijf termen van de Taylorreeks die hoort bij $f(x) = \frac{1}{1-x}$

Opgave 8 (4)

Bepaal de oplossing van de differentiaalvergelijking $\frac{dx}{dt} = 2t \cdot (4-x)$ met randvoorwaarde $x(0) = 1$