

29 januari 2015

- 1a) In de wet van Gauss gebruiken we een bol met straal $r=2\text{ cm}$. De omsloten lading is dan precies Q . De flux door het gekozen oppervlak is:

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint \underset{\substack{\uparrow \\ \vec{E} \parallel d\vec{A}}}{E} dA = E \oint \underset{\substack{\uparrow \\ E \text{ constant op bol (symmetrie)}}}{dA} = E \cdot 4\pi r^2$$

We vinden dus

$$Q = 4\pi\epsilon_0 r^2 E(r=2\text{ cm}) = \boxed{-6.7 \times 10^{-10} \text{ C}}$$

- b) Op dezelfde manier kiezen we nu een bol met straal $r=10\text{ cm}$. De omsloten lading is nu:

$$q = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 4\pi\epsilon_0 r^2 E(r=10\text{ cm}) = 5.56 \times 10^{-9} \text{ C}$$

Dit is de netto lading. Op de bol zit dan

$$q_{\text{bol}} = 5.56 - (-0.67) = \boxed{6.23 \text{ nC}}$$

- 2a) De gevraagde arbeid is te berekenen uit het potentiaalverschil:

$$W = -e \Delta V$$

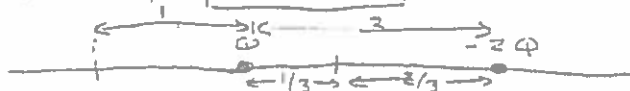
In oneindig is $V=0$. In de oorsprong is

$$\text{hij } V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{a} + \frac{-2Q}{a} \right) = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 a}$$

De arbeid is dus

$$\boxed{W = \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 a}}$$

- b) De potentialen van de afzonderlijke ladingen moeten elkaar precies opheffen. Dit gebeurt op die plaatsen die een twee maal zo grote afstand tot $-2Q$ als tot $+Q$ hebben. Zo'n punt ligt tussen beide ladingen op $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$ van de onderlinge afstand $2a$. Dus $\boxed{\text{op } x = -\frac{1}{3}a}$. En natuurlijk op een afstand $2a$ links van $+Q$, dus op $\boxed{x = -3a}$.



3a) De spoel bevat n windingen per lengte-eenheid. In een lengte a dus an . Elk ervan voert een stroom I uit het vlak van het papier. In totaal dus $\boxed{I_{\text{encl}} = anI}$.

b) De wet van Ampère zegt voor contour Γ :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 anI$$

Het pad bestaat uit vier stukken. Buiten de spoel is $\vec{B} = \vec{0}$ en op de twee stukken met lengte b staat $\vec{B}$ loodrecht op $d\vec{\ell}$, zodat $\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$. Het stuk a binnen de spoel geeft

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int B d\ell = B \int d\ell = Ba.$$

Dit levert dus na combinatie: $\boxed{B = \mu_0 nI}$.

4a) De flux het papier in neemt tijdens de beweging toe. De inductiestroom zal volgens de wet van Lenz dan zelf een flux naar boven (papier uit) veroorzaken. Met de rechterhandregel (duim omhoog, dan vingers in stroomrichting) vind je dat de stroom tegen de klok in loopt.

b) Faraday: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - B\ell \frac{dx}{dt} = -Blv$

De stroomsterkte is dan

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = - \frac{Blv}{R} = 0.10 \text{ A}.$$

c) Uit $I = - \frac{Blv}{R}$ lezen we af:

$$\frac{dq}{dt} = - \frac{Bl}{R} \frac{dx}{dt}$$

Integreren geeft:

$$q = - \frac{Bl}{R} \int \frac{dx}{dt} dt = - \frac{Bl}{R} \Delta x$$

Maar $\ell \Delta x$ is de oppervlakte-toename ΔA en $B \Delta A$ de fluxtoename $\Delta \Phi_B$. Dus:

$$q = - \frac{\Delta \Phi_B}{R}$$