

Tentamen wiskunde voor chemici 1

4 november 2014, 11:00 - 13:00 uur

Aanwijzingen voor het werken en het in te leveren werk.

- Geef bij ieder antwoord steeds een heldere, compacte en volledige uitwerking.
- De te behalen punten staan steeds bij de opgave vermeld, na het opgavenummer.
In totaal kun je maximaal 50 punten scoren. Het cijfer wordt bepaald met $\text{cijfer} = 0,2 \times \text{score}$.
De behaalde bonus wordt opgeteld bij jouw cijfer, behalve als je boven de 10 uit komt.
- Gebruik van hulpmiddelen (buiten pen en papier) is niet toegestaan.
De GR is wel toegestaan, maar gebruik die alleen als controlemiddel.
- Je krijgt uitwerkpapier (dubbele foliobladen) en kladpapier. Houd de uitwerkpapieren overzichtelijk voor mij: gebruik de volgorde van de opgaven. Lever alleen kladpapier (goed gemarkeerd) in als je in tijdnood bent.
- Zorg dat je naam vermeld staat op elk papier dat je inlevert!

SUCCES

Beschikbare informatie:

De MacLaurin/Taylorreeks voor een functie f rond $x = 0$:

$$P(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \cdot x^k = f(0) + f'(0) \cdot x + \frac{f^{(2)}(0)}{2!} \cdot x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!} \cdot x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!} \cdot x^4 + \dots$$

De twee somformules voor sinus en cosinus:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \text{en} \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Opgave 1 (4 - 2 - 3 - 3)

Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x+1}$

De functie is te herschrijven tot $f(x) = x^2 - 6 + \frac{6}{x+1}$

- Toon aan dat de twee gegeven schrijfwijzen voor f gelijkwaardig zijn.
- Bereken de nulpunten van f , dus de snijpunten van de grafiek met de x -as.
- Bereken de waarden van x waarvoor de grafiek *onder* de x -as ligt.
opmerking: geef hier een goede toelichting bij je antwoord, bijvoorbeeld door tekenschema's te gebruiken, en niet een simpele verwijzing naar een plaatje van de grafiek die je hebt gemaakt met de GR.
- Bereken de oppervlakte van het deel van de grafiek van f dat *onder* de x -as ligt voor $x \geq 0$

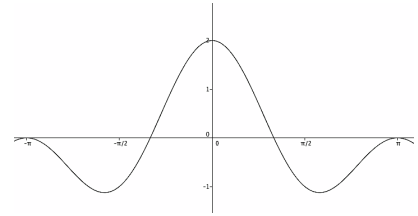
Opgave 2 (3)

Welke poolcoördinaten (r, φ) horen bij de Cartesische coördinaten $(5, -5)$?

Opgave 3 (3 - 5 - 4)

Gegeven is de functie $f(x) = \cos(x) + \cos(2x)$, met $-\pi \leq x \leq \pi$.

De grafiek is hiernaast getekend.



- Bereken de nulpunten van f op het interval $[-\pi, \pi]$.
- Bereken de waarden van x waarvoor de functie een extreme waarde bereikt op het interval $[-\pi, \pi]$.
Opmerking: Noteer niet-exacte oplossingen (als die er zijn) bij voorkeur als aantal keer π , zoals $0,3 \cdot \pi$
- Bereken de gemiddelde functiewaarde van f op het interval $[0, \pi]$.

Opgave 4 (4 - 3)

- Gegeven is een complex getal z met $|z| = \sqrt{3}$ en $\arg(z) = \frac{\pi}{3}$

Bereken z^9 en schrijf de uitkomst daarvan in de vorm $a + i b$.

- Schrijf de breuk $\frac{5-3i}{5+12i}$ in de vorm $a + b i$ met a en b beide reële getallen.

Opgave 5 (4 - 3)

Gegeven zijn de vectoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$ en $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$

- Bereken de hoek tussen de vectoren $\vec{a}$ en $\vec{b}$.
- Bepaal een vector $\vec{c}$ die loodrecht staat op $\vec{a}$ en $\vec{b}$.

Opgave 6 (4)

Bereken de onbepaalde integraal $\int (1-x)^3 \cdot \ln(x-1) dx$

Opgave 7 (5)

Gegeven is de differentiaalvergelijking $\frac{dy}{dx} = (x-1)^2 \cdot y$

Bereken de oplossingskromme van de differentiaalvergelijking die door het punt $(2, 3)$ gaat.