

Tentamen SK-BWSNK2 en SK-BWS2, 2-2-2017

Gebruik vier blaadjes voor je antwoorden. Eén voor opgave 1 en 2, één voor opgave 3, één voor opgave 4 en 5 en één voor opgave 6 en 7. Zet op ieder blad je naam en studentnummer. Lever de bladen los in. Grafische rekenmachine niet toegestaan.

Opgave 1 (10 punten)

Gegeven is de functie $f(x, y) = x^3 + 3x^2y + y^3 - 3y$.

Bepaal de stationaire punten van f en onderzoek de aard (maximum, minimum, zadelpunt).

Opgave 2 (5 + 2 + 2 punten)

(a) Bereken (zonder gebruikmaking van de inzichten uit (b) en (c)) de integraal

$$\int_C (2x y^2 + 3) dx + 2x^2 y dy,$$

waar C de kromme is $y = x^3$ is met $0 < x < 2$.

(b) Reken na dat de integrant $(2x y^2 + 3) dx + 2x^2 y dy$ de totale afgeleide is van de functie $g(x, y) = x^2 y^2 + 3x$.

(c) Laat zien dat je resultaat in (a) consistent is met de bewering in (b).

Opgave 3 (6 + 4 (+ 2 bonus, als het uitrekenen van de integraal bij (b) volledig lukt))

Begin op een nieuw blaadje.

(a) Bereken

$$\iint_R \cos(x + y) dA$$

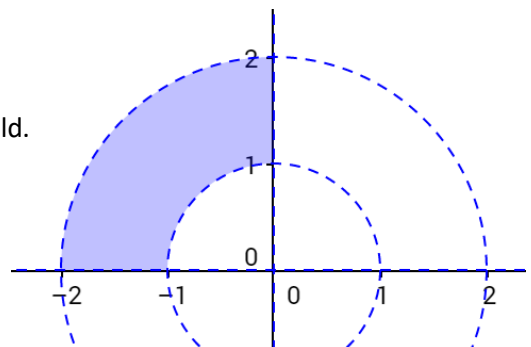
waar R de driehoek is met hoekpunten $(0, 0)$, $(0, \pi/2)$ en $(\pi, 0)$.

(b) Bereken

$$\iint_S x^3 dA$$

waarbij S de kwart annulus is die hiernaast is afgebeeld.

Hint: $\cos^3 \theta = \cos \theta - \sin^2 \theta \cos \theta$.



Opgave 4 (4 punten)

Begin op een nieuw blaadje

We bekijken de matrix $M = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Bepaal middels een berekening of deze matrix orthogonaal is.

Opgave 5 (5 punten)

Gegeven is het verband $W = U^4V + 3U V^3 + V^2 - 8$.

Bereken de partiële afgeleide $\frac{\partial U}{\partial V}\bigg|_W$.

Opgave 6 (4 + 4 + 2 punten)

Begin op een nieuw blaadje.

We bekijken het stelsel vergelijkingen behorende bij de matrixvergelijking

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

waar $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- Stel met behulp van de determinant van A vast dat dit stelsel oplosbaar is.
- Bereken de inverse van de matrix A
- Bereken de oplossing van het stelsel (*eventueel* met behulp van onderdeel (b)). Hint: controleer je antwoord.

Opgave 7 (4 + 4 + 5)

We bekijken de transformaties

$$R: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

en

$$S: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{3} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- Welke symmetrie is R ? Beschrijf in woorden.
- Bereken de eigenwaarden van S via het karakteristiek polynoom.

Eén eigenwaarde is 1.

- Bereken twee eigenvectoren bij deze eigenwaarde. De ene mag niet een veelvoud van de ander zijn.