

Tentamen SK-BWSNK2 en SK-BWS2, 1-2-2017

Gebruik vier blaadjes voor je antwoorden. Eén voor opgave 1 en 2, één voor opgave 3 en 4, één voor opgave 5 en 6 en één voor opgave 7. Zet op ieder blad je naam en studentnummer. Lever de bladen los in. Grafische rekenmachine niet toegestaan. Je krijgt punten voor berekeningen!

Opgave 1 (10 punten)

Gegeven is de functie $f(x, y) = yx^2 - 3xy + 22x - 28y + 7$.

Bepaal de stationaire punten van f en onderzoek de aard (maximum, minimum, zadelpunt).

Opgave 2 (4 punten)

g is een functie van twee variabelen, zeg x en y . De variabelen zijn weer uit te drukken in variabelen u en v :

$$\begin{aligned}x &= u + v \\ y &= u - v.\end{aligned}$$

Laat via een berekening zien dat

$$\frac{\partial g}{\partial u} \cdot \frac{\partial g}{\partial v} = \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2.$$

Opgave 3 (2 + 8 punten)

We bekijken de differentiaalvorm $-y^2 dx + x y dy$

(a) Bereken of deze differentiaalvorm exact is.

(b) Bereken exact

$$\int_C -y^2 dx + x y dy$$

waarbij C een halve eenheidscirkel is, de helft met $x < 0$, gevolgd door het lijnstuk van $(0, -1)$ naar $(0, 1)$.

Opgave 4 (6 punten)

Bereken exact:

$$\int_S x (y^3 + 1) dA$$

waar S de schijf met straal 5 is ($x^2 + y^2 \leq 25$).

Z.o.z

Opgave 5 (5 punten)

Los het stelsel

$$\begin{aligned}2x - 4y - 2z &= 2 \\ -3x + 5y + z &= -8 \\ x + 2y + 3z &= 11\end{aligned}$$

op.

Opgave 6 (5 punten)

De vector $(2,1,2)$ wordt $\frac{1}{3}\pi$ radialen om de y -as gedraaid en daarna gespiegeld in het yz -vlak. Bereken exact de nieuwe coördinaten; geef beide mogelijke antwoorden.

Opgave 7 (4 + 4 + 5 + 2 punten)

Bekijk de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(a) Bereken de eigenwaarden van A .

Eén van de eigenwaarden is 2.

(b) Bereken de bijbehorende eigenvectoren.

(c) Bereken de inverse matrix A^{-1} .

(d) Leg uit: als λ een eigenwaarde van een inverteerbare matrix B is, met bijbehorende eigenvector $\vec{v}$, dan is $1/\lambda$ een eigenwaarde van B^{-1} met dezelfde eigenvector $\vec{v}$.