

Tentamen SK-BWSNK2 en SK-BWS2, 3-2-2022

Grafische rekenmachine niet toegestaan. Je krijgt punten voor berekeningen!

Opgave 1 (5 + 5 + 3 punten)

We bekijken de functie $f(x, y) = (x^2 - 3)(y^2 - 1)e^x$.

(a) Bereken de stationaire punten van f .

Een stationair punt is $(-3, 0)$.

(b) Bereken de aard van dit punt (lokaal minimum/maximum, of zadelpunt).

Gegeven is de functie

$$h(x, y, z) = x^3y + 3y^2z^2 - 10$$

(c) Geef met behulp van Lagrange multipliers een stelsel van vier vergelijkingen met vier onbekenden om de stationaire waarden van h onderworpen aan de beperking $x^2 + 4y^2 + z = 10$ te vinden. N.B. Het stelsel zelf is je antwoord; je hoeft het stelsel **niet** op te lossen.

Opgave 2 (4 punten)

Een pad C wordt beschreven middels de parametrisatie

$$c(t) = (e^t, e^{2t})$$

voor $0 < t < 1$. Bereken de integraal

$$\int_C (x^2 + 2y) dx + x^3 dy$$

Opgave 3 (2 punten)

Ga met een berekening na of de differentiaalvorm voor $(3P^2 + 2Q^2)dP + (4PQ + 6)dQ$ exact is.

Opgave 4 (5 + 5 punten)

Gebied R_1 is ingesloten door lijnen $y = -2x$, $y = 2x + 1$, $x = 0$ en $x = 4$

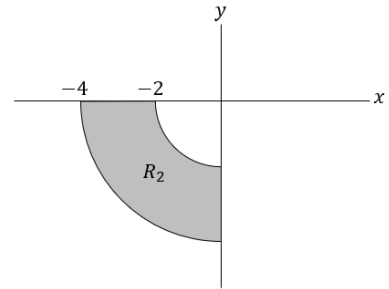
(a) Bereken

$$\int_{R_1} x^2 y dA$$

Gebied R_2 is een kwart ring met het middelpunt in de Oorsprong, binnenstraal 2, buitenstraal 4, en $x, y \leq 0$.

(b) Bereken

$$\int_{R_2} x^2 y \, dA$$



Opgave 5 (4 + 3 + 3 punten)

We bekijken in deze opgave de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) Bereken de eigenwaarden van de matrix A
- (b) Een van de eigenwaarden is -1 . Geef een bijbehorende eigenvector.
- (c) Gebruik de meetkundige interpretatie van de matrix A als lineaire afbeelding om betekenis te geven aan je antwoord op onderdeel (b).

Opgave 6 (3 + 3 + 2 punten)

We bekijken in de opgave de matrix

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

- (a) Bereken B^2 door middel van matrix vermenigvuldiging (geef een tussenstap)
- (b) Bereken B^{-1} door middel van vegen in een augmented matrix
- (c) Leg de gevonden relatie tussen je antwoorden bij (a) en (b) uit met behulp van een meetkundige interpretatie van de matrix als lineaire afbeelding.

Opgave 7 (5 punten)

Bereken met behulp van een determinant voor welke waarde van p het volgende stelsel geen oplossing heeft (leg ook uit).

$$\begin{aligned} x + p y &= 10 \\ -2x + y + 3z &= 12 \\ 2x + y - 2z &= 2 \end{aligned}$$